

# I OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DA UFERSA NO ENSINO MÉDIO

NOME COMPLETO: \_\_\_\_\_

## INTRUÇÕES:

- 1 – Preencha o cartão-resposta com o nome de sua escola e com o seu nome completo (e legível).
- 2 – A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- 3 – Este caderno de prova possui 20 questões, cada uma com quatro alternativas de resposta: A), B), C) e D) e **apenas uma** delas é correta.
- 4 – Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
- 5 – Não é permitido o uso de celulares, tablets ou quaisquer outros equipamentos eletrônicos.
- 6 – Os espaços em branco na prova podem ser usados como rascunho.

## REALIZAÇÃO



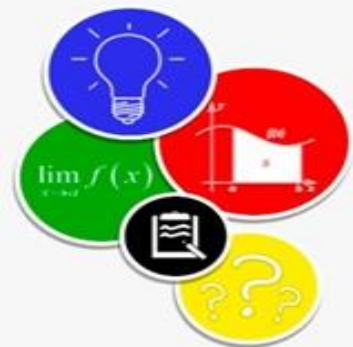
## APOIO

## DECEN

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

## ESCOLAS PARCEIRAS





# I OLIMPIÁDA DE MATEMÁTICA DA UFERSA NO ENSINO MÉDIO

## GABARITO

|    |   |
|----|---|
| 01 | A |
| 02 | C |
| 03 | C |
| 04 | A |
| 05 | A |
| 06 | A |
| 07 | C |
| 08 | B |
| 09 | D |
| 10 | C |
| 11 | A |
| 12 | C |
| 13 | D |
| 14 | B |
| 15 | B |
| 16 | B |
| 17 | C |
| 18 | B |
| 19 | C |
| 20 | C |

01 – Considere um cilindro cuja base possui um raio de 3 cm, e uma esfera com raio igual à 2 cm. Qual deve ser a altura deste cilindro para que o seu volume seja igual ao volume da referida esfera?

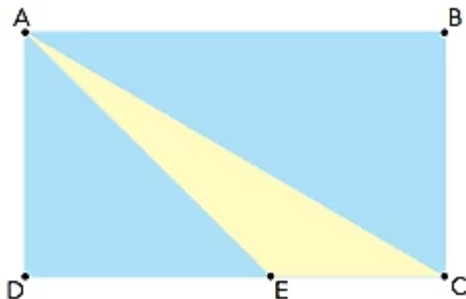
- A)  $\frac{32}{27}$  cm
- B)  $\frac{32}{9}$  cm
- C)  $\frac{24}{27}$  cm
- D)  $\frac{32}{18}$  cm

02 – Qual a alternativa **correta** em relação às afirmativas I, II, III e IV?

- I.  $\{a\} \in \{a, b\}$ .
- II.  $\{a\} \subset \{a, b\}$ .
- III.  $\emptyset \in \{\emptyset\}$ .
- IV.  $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ .

- A) Apenas III e IV estão corretas.
- B) Apenas II e III estão corretas.
- C) Apenas II, III e IV estão corretas.
- D) Todas estão corretas.

03 – Seja uma placa retangular  $ABCD$  com diagonal  $AC$  medindo 50 cm. Um estudante, desejando construir um par de esquadros, realizou dois cortes retos nessa placa nas direções  $AE$  e  $AC$ , de modo que  $D\hat{A}E = 45^\circ$  e  $B\hat{A}C = 30^\circ$ , conforme ilustrado na figura. Por fim, descartando a parte triangular  $CAE$ , restará os dois esquadros.

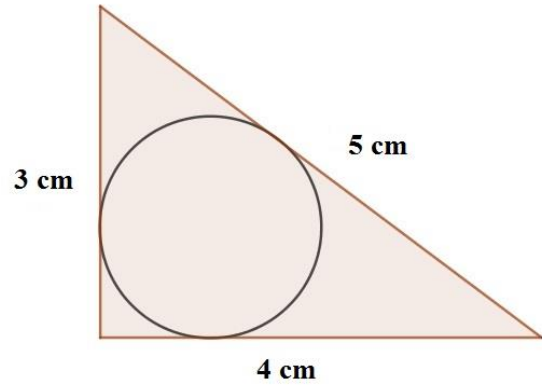


Se a espessura da placa for desprezível e sabendo que  $\sqrt{3} = 1,7$ , a área do triângulo  $CAE$  será:

- A)  $160 \text{ cm}^2$
- B)  $205 \text{ cm}^2$

- C)  $225 \text{ cm}^2$
- D)  $310 \text{ cm}^2$

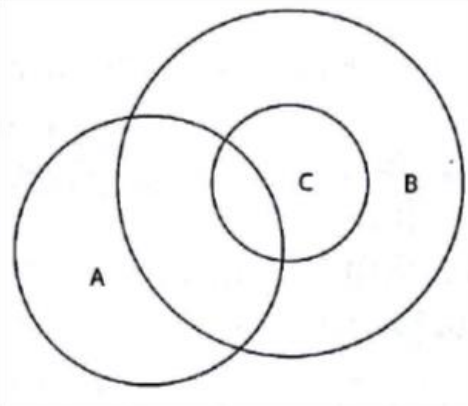
04 – Na figura a seguir, temos um círculo inscrito em um triângulo retângulo. Quanto mede o raio desse círculo?



- A) 1 cm
- B)  $\sqrt{2}$  cm
- C) 1,333... cm
- D) 1,5 cm

05 – Considerando os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$  da figura abaixo e sabendo que:

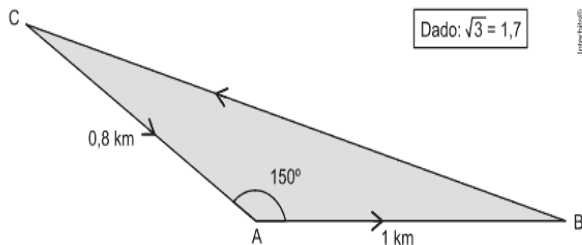
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= 24, \\ n(A \cap B) &= 4, \\ n(B \cup C) &= 16, \\ n(A - C) &= 11, \\ n(B - C) &= 10. \end{aligned}$$



Calcule  $x = n(A - B)$ ,  $y = n(A \cap B \cap C)$  e  $z = n(B - (C \cup A))$  e marque a alternativa correta:

- A)  $x = 8, y = 1$  e  $z = 7$ .
- B)  $x = 1, y = 8$  e  $z = 7$ .
- C)  $x = 8, y = 1$  e  $z = 5$ .
- D)  $x = 1, y = 8$  e  $z = 5$ .

**06** – Quando realizada regularmente, uma caminhada torna-se uma das atividades físicas mais eficazes na prevenção de doenças e na melhoria da qualidade de vida das pessoas. Suponha que uma pessoa caminhando saia do ponto A, passe pelos pontos B e C e retorne ao ponto A (ver figura).



Ao percorrer todo o trajeto planejado, é possível afirmar que a pessoa caminhou quantos quilômetros nessa atividade?

- A) 3,50
- B) 3,16
- C) 2,33
- D) 2,29

**07** – João está fazendo a prova da olimpíada de cálculo que contém 19 questões. Em cada questão ele demora 20 segundos a mais que a questão anterior para resolver. Se ele demorou 9 minutos para resolver a décima nona questão, quantos minutos ele levou para resolver a primeira questão?

- A) 1 min.
- B) 2 min.
- C) 3 min.
- D) 4 min.

**08** – Supondo que  $A$ ,  $B$  e  $C$  são conjuntos quaisquer, e considerando as afirmativas I, II, III e IV:

- I:  $A \cup B \supset A \cup B \cup C$ .
- II:  $A \cup B \subset A \cup B \cup C$ .
- III:  $A \cap B \supset A \cap B \cap C$ .
- IV:  $A \cap B \subset A \cap B \cap C$ .

Marque a alternativa correta:

- A) I e IV estão corretas.
- B) II e III estão corretas.
- C) II e IV estão corretas.
- D) III e IV estão corretas.

**09** – Um fogão é vendido por R\$1000,00 à vista ou com uma entrada de 20% e mais um pagamento de R\$928,00 após 30 dias. Qual a taxa de juros mensal envolvida na operação?

- A) 5%
- B) 12%
- C) 15%
- D) 16%

**10** – Um reservatório cúbico possui 3m de largura e está abastecido com metade de sua capacidade. Neste caso, o volume necessário para preencher por completo este reservatório é de:

- A) 9,0 m<sup>3</sup>
- B) 4,50 m<sup>3</sup>
- C) 13,50 m<sup>3</sup>
- D) 27,0 m<sup>3</sup>

**11** – Um cientista estava cultivando uma população de 500 bactérias, onde cada uma deveria produzir uma nova bactéria antes da sua morte. No entanto, três dessas bactérias sofreram mutações e passaram a produzir duas novas bactérias antes da sua morte. Assim a segunda geração tinha 503 bactérias, a terceira geração tinha 509 bactérias, a quarta geração tinha 521 bactérias. Quantas bactérias terão a  $n$ -ésima geração, onde  $n$  é o número da geração?

- A)  $497 + 3 \cdot 2^{n-1}$
- B)  $500 + 3 \cdot 2^{n-1}$
- C)  $497 + 3 \cdot 2^n$
- D)  $500 + 3 \cdot 2^n$

**12** – Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização “deve mudar”, no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

**Campanha de vacinação contra a gripe suína**

| <b>Datas da vacinação</b> | <b>Público-alvo</b>                  | <b>Quantidade de pessoas vacinadas</b> |
|---------------------------|--------------------------------------|--|
| 8 a 19 de março           | Trabalhadores da saúde e indígenas   | 42                                     |
| 22 de março a 2 de abril  | Portadores de doenças crônicas       | 22                                     |
| 5 a 23 de abril           | Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos | 56                                     |
| 24 de abril a 7 de maio   | População com mais de 60 anos        | 30                                     |
| 10 a 21 de maio           | Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos | 50                                     |

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

- A) 8%
- B) 9%
- C) 11%
- D) 12%

**13** – Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) sejam amplamente utilizado para avaliar a relação entre a massa e a altura de uma pessoa, existem inúmeras restrições teóricas ao seu uso. O Reíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$$IMC = \frac{\text{massa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2} \quad \text{e} \quad RIP = \frac{\text{altura (cm)}}{\sqrt[3]{\text{massa (kg)}}$$

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a  $25 \text{ kg/m}^2$ , então ela possui RIP igual a:

- A)  $0,4 \text{ cm/m}^2$
- B)  $2,5 \text{ cm/m}^2$
- C)  $20 \text{ cm/m}^2$
- D)  $40 \text{ cm/m}^2$

**14** – O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20. A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

- A) 0,02048.
- B) 0,08192.
- C) 0,24000.
- D) 0,40960.

**15** – Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido. De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

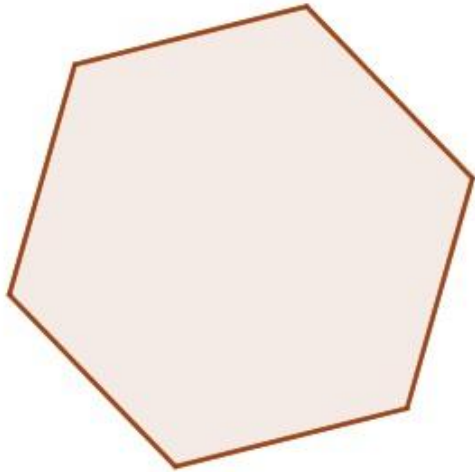
- A)  $20 \times 8! + (3!)^2$
- B)  $8! \times 5! \times 3!$
- C)  $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
- D)  $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$

**16** – Certo capital C aumentou em R\$ 1200,00 e, em seguida, esse montante decresceu 15%, resultando em R\$48,00 a menos do que C. Sendo assim, o valor de C, em R\$, é

- A) 6600,00
- B) 7120,00

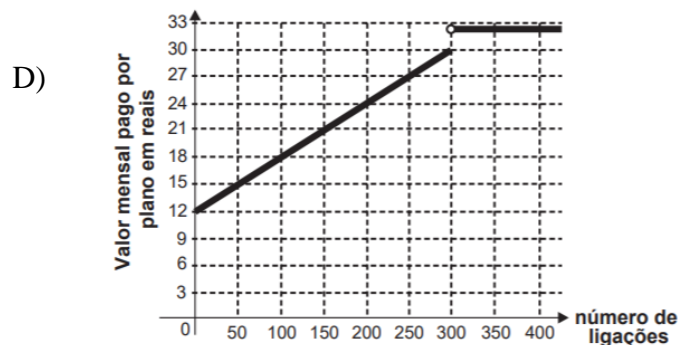
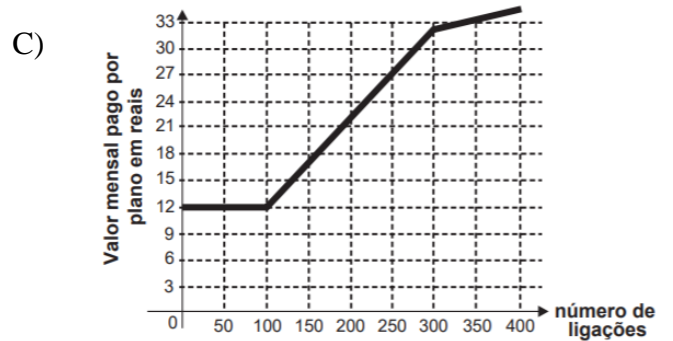
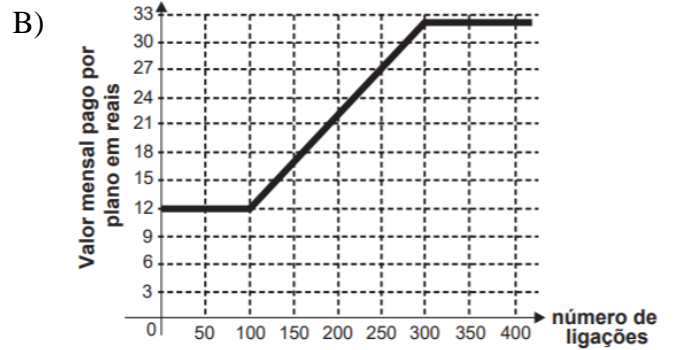
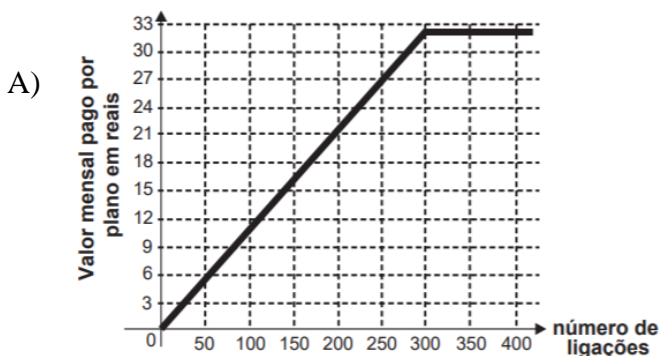
- C) 8200,00  
D) 9600,00

17 – A figura a seguir representa um hexágono regular de lado medindo  $l\text{ cm}$ . Qual é a expressão que define a sua área em função de  $l$ ?

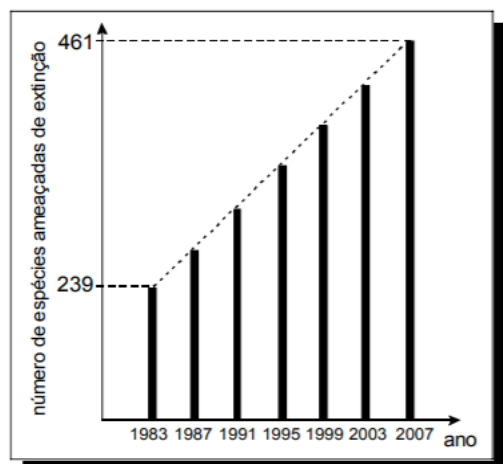


- A)  $\frac{3l^2\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$   
B)  $\frac{3l^2\sqrt{2}}{4} \text{ cm}^2$   
C)  $\frac{3l^2\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$   
D)  $\frac{3l^2\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

18 – Após realizar uma pesquisa de mercado, uma operadora de telefonia celular ofereceu aos clientes que utilizavam até 500 ligações por mês o seguinte plano mensal: um valor fixo de R\$ 12,00 para os clientes que fizerem até 100 ligações ao mês. Caso o cliente faça mais de 100 ligações, será cobrado um valor adicional de R\$ 0,10 por ligação, a partir da 101ª até a 300ª; e caso realize entre 300 e 500 ligações, será cobrado um valor fixo mensal de R\$ 32,00. Com base nos elementos apresentados, o gráfico que melhor representa a relação entre o valor mensal pago nesse plano e no número de ligações feitas é:



19 – O gráfico abaixo foi obtido a partir de dados do Ministério do Meio Ambiente e mostra o crescimento do número de espécies da fauna brasileira ameaçadas de extinção.



Se a tendência de crescimento mostrada no gráfico for mantida, pelos próximos anos, o

número de espécies ameaçadas de extinção em 2011 será igual á:

- A) 465
- B) 493
- C) 498
- D) 699

**20** – Em um jogo disputado em uma mesa de sinuca, há 16 bolas: 1 branca e 15 coloridas, as quais, de acordo com a coloração, valem de 1 a 15 pontos (um valor para cada bola colorida). O jogador acerta o taco na bola branca de forma que esta acerte as outras, com o objetivo de acertar duas das quinze bolas em quaisquer caçapas. Os valores dessas duas bolas são somados e devem resultar em um valor escolhido pelo jogador antes do início da jogada. Arthur, Bernardo e Caio escolhem os números 12, 17 e 22 como sendo resultados de suas respectivas somas. Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de ganhar o jogo é

- A) Arthur, pois a soma que escolheu é a menor.
- B) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 4 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- C) Bernardo, pois há 7 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 4 possibilidades para a escolha de Caio.
- D) Caio, pois há 10 possibilidades de compor a soma escolhida por ele, contra 5 possibilidades para a escolha de Arthur e 8 possibilidades para a escolha de Bernardo.